

3. (a) $F_k = K^{-\frac{2}{3}} L^{\frac{1}{3}}$

$$F_{kk} = -\frac{2}{3} K^{-\frac{5}{3}} L^{\frac{1}{3}} < 0 \quad \text{for } K, L > 0$$

∴ 資本之使用合於「邊際生產力遞減律」

同理可證勞力之使用亦然。

$$F(\lambda K, \lambda L) = 3 \lambda^{\frac{2}{3}} K^{\frac{1}{3}} L^{\frac{1}{3}} < \lambda F(K, L) = 3 \lambda K^{\frac{1}{3}} L^{\frac{1}{3}} \quad \text{for } \lambda > 1$$

∴ 合於「遞減規模報酬」

(b) 在短期 \bar{K} 不變, ∴ 不需解 $\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K}$ 之 optimum condition。

直接由 Prod. f. 解 Factor Demand Function $L = f(Q)$:

$$\text{由 } Q = 3 \bar{K}^{\frac{1}{3}} L^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{可得 } L = \frac{1}{27\bar{K}} Q^3$$

$$TC(Q) = P_K K + P_L L = P_K \cdot \bar{K} + P_L \cdot \frac{1}{27\bar{K}} Q^3$$

$$MC(Q) = \frac{P_L}{9\bar{K}} Q^2$$

令 $MC(Q) = P_Q$, 可得短期供給函數

$$Q = \sqrt{\frac{9\bar{K}}{P_L} \cdot P_Q}$$

$$\text{而 } \frac{dQ}{dP_Q} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{9\bar{K}}{P_L P_Q}} > 0 \quad \therefore \text{是遞增函數}$$

(c) 在長期 K 可變動

解：

$$\begin{cases} (1) & Q = 3K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{1}{3}} \\ (2) & \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{K}{L} = \frac{P_L}{P_K} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Factor Demand Functions :

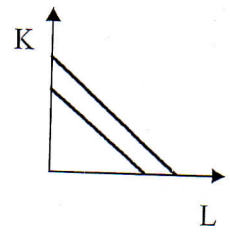
$$K = \frac{Q^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}3^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{或 } \sqrt{\frac{Q^3}{54}})$$

$$L = \frac{2^{\frac{1}{2}}Q^{\frac{3}{2}}}{3^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{或 } \sqrt{\frac{2Q^3}{27}})$$

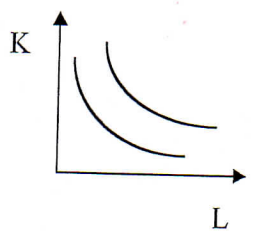
$$TC(Q) = P_K K + P_L L = \left(\frac{2}{3}Q\right)^{\frac{3}{2}} \quad (\text{或 } \frac{2\sqrt{6}}{9}\sqrt{Q^3})$$

個經濟題 (二)

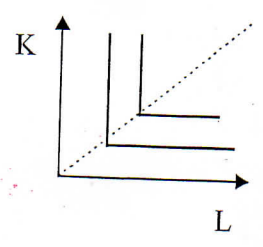
1. (a) 廠商(1)



廠商(2)



廠商(3)

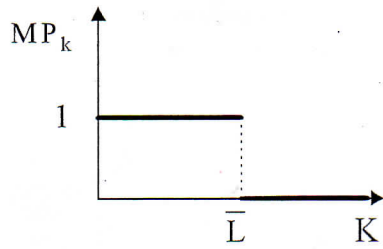


(b) 廠商(1) $F_K = \frac{1}{2}$ $F_{KK} = 0$ \therefore 不合「邊際生產力遞減律」

廠商(2) $F_K = \frac{1}{2} K^{-\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} < 0$

$F_{KK} = -\frac{1}{4} K^{-\frac{3}{2}} L^{\frac{1}{2}} < 0$ for $K, L > 0$ \therefore 合

廠商(3) Given \bar{L} , 其 MP_k 為



∴ 不合

3 個廠商都可證明 : $F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)$

∴ 都合於「不變規模報酬」(CRTS)

(c) 在短期 $\bar{K} = 8$ 不變, ∴ 不需解 $\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K}$

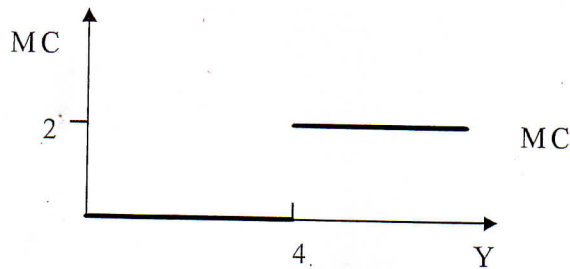
直接由 Prod. F. 解 Factor Demand Function。

廠商(1) Prod. f. $Y = 4 + \frac{1}{2}L$

L dem. f. $L = \begin{cases} 2Y - 8 & Y \geq 4 \\ 0 & Y \leq 4 \end{cases}$

$TC = P_K K + P_L L = \begin{cases} 2Y & Y \geq 4 \\ 8 & Y \leq 4 \end{cases}$

$MC = \begin{cases} 2 & Y \geq 4 \\ 0 & Y \leq 4 \end{cases}$



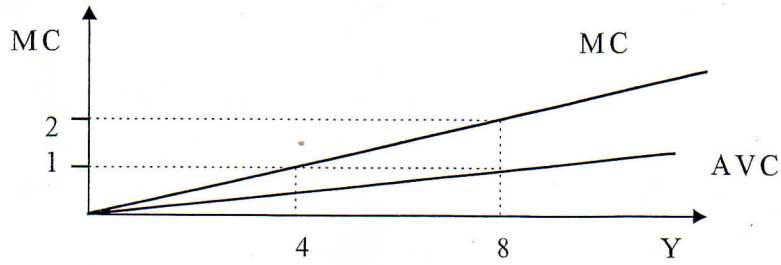
$AVC = \begin{cases} 2 & Y \geq 4 \\ 0 & Y \leq 4 \end{cases}$

廠商(2) Prod. f. $Y = \sqrt{8} L^{\frac{1}{2}}$

L dem. f. $L = \frac{Y^2}{8}$

$TC = 8 + \frac{Y^2}{8}$

$MC = \frac{Y}{4}$



$AVC = \frac{Y}{8}$

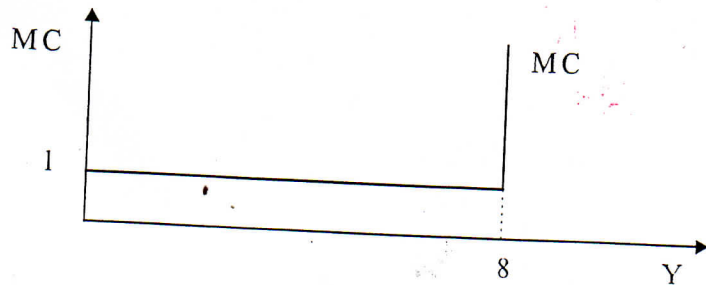
廠商(3) Prod. f

$Y = \begin{cases} L & 0 \leq L \leq 8 \\ 8 & 8 \leq L \end{cases}$

L dem. f. $L = \begin{cases} Y & 0 \leq Y \leq 8 \\ 8 & Y = 8 \end{cases}$

$TC = \begin{cases} 8 + Y & 0 \leq Y \leq 8 \\ 16 & Y = 8 \end{cases}$

$MC = \begin{cases} 1 & 0 \leq Y \leq 8 \\ \infty & 8 < Y \end{cases}$

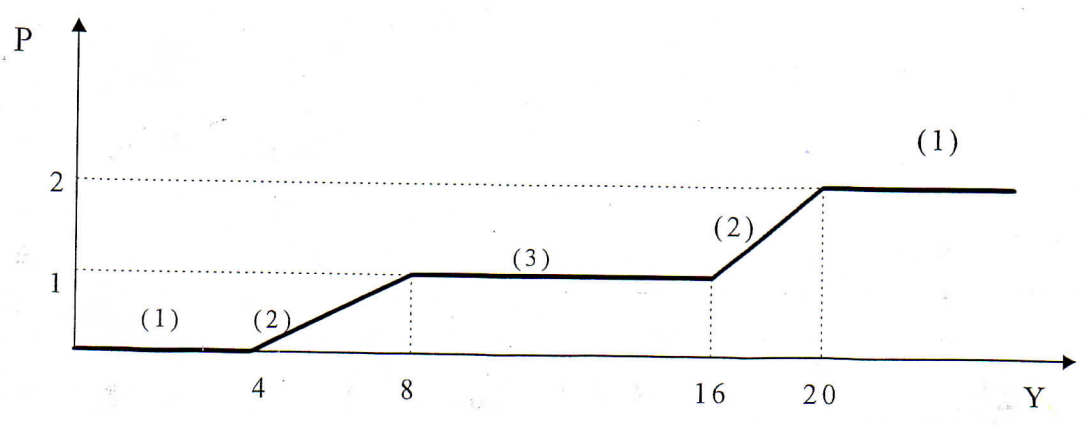


$AVC = 1$

「短期供給函數」 $Y = f(P)$ 如下：

$$Y = \begin{cases} 0 \rightarrow 4 & P = 0 \\ 4 + 4P & 0 < P < 1 \\ 8 \rightarrow 16 & P = 1 \\ 12 + 4P & 1 < P < 2 \\ 20 \rightarrow \infty & P = 2 \end{cases}$$

「短期供給曲線」



(1) (2) (3) 各代表所供應的廠商。

(d) 由幾何圖可看出 均衡 $P = 2$ $Q = 28$

- 廠商(1)：12 單位
- 廠商(2)：8 單位
- 廠商(3)：8 單位

